



สัปดาห์ที่ 11

❖ หัวข้อการสอน

1. ค่าคะแนนมาตรฐาน
2. โค้งความถี่
3. การเปรียบเทียบข้อมูลหลายชุดจากเส้นโค้งปกติ
4. สัมประสิทธิ์การแปรผัน

❖ วัตถุประสงค์ เมื่อศึกษาหัวข้อนี้จบแล้ว นักศึกษาสามารถ

1. คำนวณหาค่าคะแนนมาตรฐานได้
2. วิเคราะห์โค้งความถี่ได้
3. เปรียบเทียบข้อมูลตั้งแต่สองชุดขึ้นไปจากเส้นโค้งปกติได้

❖ กิจกรรมการสอน

1. อาจารย์นำเข้าสู่บทเรียน
2. อาจารย์ผู้สอนบรรยายเนื้อหาพร้อมยกตัวอย่างประกอบคำบรรยาย และนำเสนอการสอนโดยใช้ Power Point
3. อาจารย์ซักถามนักศึกษาและเปิดโอกาสให้นักศึกษาซักถาม, แสดงความคิดเห็น
4. อาจารย์มอบหมายงานให้นักศึกษาตอบคำถามลงใน ใบงานที่ 11
5. อาจารย์ให้นักศึกษา อ่านเอกสารประกอบการเรียนครั้งต่อไป

❖ การวัดและการประเมินผล

1. สังเกตจากการ ถาม-ตอบของนักศึกษา
2. การตอบคำถามในใบงานที่ 11 ได้ถูกต้อง 3 ข้อ จาก 5 ข้อ
3. การสอบปลายภาค

❖ สื่อการสอน



1. เอกสารประกอบการสอน
2. คอมพิวเตอร์และเครื่องฉาย LCD
3. Power Point เรื่อง ค่าคะแนนมาตรฐานและโค้งความถี่
4. ใบงานที่ 11

● เนื้อหา

บทที่ 8

ค่าคะแนนมาตรฐาน

1. ค่าคะแนนมาตรฐาน

ในการเปรียบเทียบข้อมูล โดยใช้วิธีการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของการกระจายของข้อมูล นั้นเป็นการเปรียบเทียบภาพรวมของข้อมูลในลักษณะการกระจายของข้อมูล แต่ถ้าต้องการเปรียบเทียบถึงค่าของข้อมูลแต่ละค่าจากข้อมูลต่างชุดกัน ซึ่งอาจจะมีหน่วยที่แตกต่างกันทำให้เปรียบเทียบกันโดยตรงไม่ได้ ควรจะต้องเปลี่ยนรูปให้มาอยู่ในหน่วยเดียวกันซึ่งวิธีการทางสถิติ สามารถทำได้โดยทำให้อยู่ในรูปของคะแนนมาตรฐาน (Standard Score) ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad \text{หรือ} \quad Z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

โดยที่ Z แทน คะแนนมาตรฐาน
 x แทน คะแนนข้อมูล
 μ หรือ \bar{x} แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น
 σ หรือ s แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนั้น

ข้อสังเกตเกี่ยวกับค่ามาตรฐาน

1. ค่ามาตรฐานของข้อมูลใด ๆ จะเป็นบวกหรือลบก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับค่าของข้อมูลนั้น ๆ กับ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้นว่าค่าใดจะมากกว่ากัน
2. ค่ามาตรฐานของข้อมูลใด ๆ โดยทั่วไปจะมีค่าตั้งแต่ -3 ถึง $+3$ แต่อาจจะมีค่ามาตรฐานของข้อมูลบางค่าที่สูงกว่า $+3$ หรือต่ำกว่า -3 เล็กน้อย
3. เมื่อแปลงทุก ๆ ค่าในข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งให้เป็นค่ามาตรฐานแล้วนำค่ามาตรฐานเหล่านี้มา คำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะได้ 0 และ 1 ตามลำดับ



4. ค่ามาตรฐานไม่มีหน่วย

ตัวอย่างที่ 1 จากข้อมูลการสอบ 3 วิชา ดังนี้

	วิชา		
	คณิตศาสตร์	หลักการตลาด	ภาษาอังกฤษ
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	45	54	67
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	18	20	24

จงหาว่า

1. นายทวีศักดิ์ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์และหลักการตลาด 50 และ 58 คะแนน ตามลำดับ จงหาค่ามาตรฐานของวิชาทั้งสอง และนายทวีศักดิ์ทำคะแนนวิชาไหนดีกว่าเมื่อเทียบกับข้อมูลในกลุ่มนี้
2. นางสาวสมศรีมีค่ามาตรฐานวิชาภาษาอังกฤษเป็น -0.2 จงหาว่านางสาวสมศรีสอบวิชาภาษาอังกฤษได้ที่คะแนน

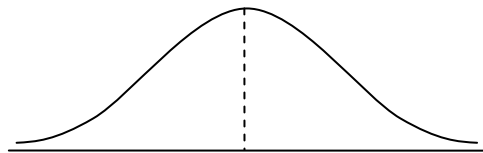
วิธีทำ

2. โค้งความถี่

จากการแจกแจงความถี่ของข้อมูล เมื่อนำมาเขียนกราฟเส้นโค้งความถี่ ในทางสถิติจะสนใจ โค้งความถี่ 2 ชนิด คือ โค้งปกติ (Normal Curve) และ โค้งเบ้ (Skews Curve) โดยมีค่าที่นำมาใช้ พิจารณาการเป็นโค้งปกติหรือโค้งเบ้มี 3 ค่า คือ ค่าเฉลี่ย (Mean) ค่าฐานนิยม (Mode) และค่ามัธยฐาน (Median) ดังนี้

โค้งปกติ(Normal Curve)

เป็นโค้งที่มีลักษณะสมมาตรโดยมีค่าเฉลี่ย (Mean) ค่าฐานนิยม (Mode) และค่ามัธยฐาน (Median) เท่ากัน ดังนั้นจึงอยู่ในตำแหน่งเดียวกันของกราฟ ดังภาพ ข้างล่าง ในแกนนอนนิยมแสดง ในรูปค่ามาตรฐานที่เรียกว่าคะแนนมาตรฐาน ซึ่งจะมาจากค่าเดิมของข้อมูลดังนี้คือ

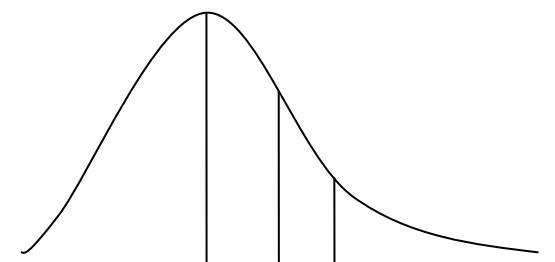


โค้งเบ้ (Skews Curve)

เป็นโค้งที่มีลักษณะไม่สมมาตร ค่าเฉลี่ย (Mean) ค่าฐานนิยม (Mode) และค่ามัธยฐาน (Median) แตกต่างกัน ดังนั้นจึงอยู่ในตำแหน่งแตกต่างกันดังภาพต่อไปนี้

1. เส้นโค้งเบ้ทางขวาหรือทางบวก เป็นลักษณะของเส้นโค้งที่มีความชันน้อยอยู่ทางด้านขวา ค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่ามากที่สุด รองลงมาเป็นมัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าน้อยที่สุด

$$\text{ฐานนิยม} < \text{มัธยฐาน} < \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต}$$

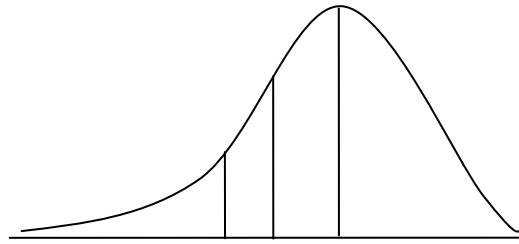


Mode Meadian Mean

2. เส้นโค้งเบ้ทางซ้ายหรือทางลบ เป็นลักษณะของเส้นโค้งที่มีความชันน้อยอยู่ทางด้านซ้าย ฐานนิยมมีค่ามากที่สุด รองลงมาเป็นมัธยฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่าน้อยที่สุด



ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน <ฐานนิยม



Mean Meadian Mode

กราฟที่ออกมาในลักษณะเบ้ทางใดทางหนึ่งนั้น แสดงว่าข้อมูลส่วนใหญ่จะมีค่าค่อนข้างไปทางใดทางหนึ่งนั่นเอง การพิจารณาว่ากราฟจะเบ้ไปทางใดทางหนึ่งนั้นถ้าพิจารณาจากรูปกราฟด้วยสายตาเพียงอย่างเดียวอาจจะมีการสรุปคลาดเคลื่อนได้ ดังนั้นจึงมีการนำค่าต่าง ๆ ของข้อมูลที่มีอยู่มาคำนวณเพื่อหาค่าที่จะบอกลักษณะของกราฟว่ามีลักษณะอย่างไร โดยที่นิยมใช้กันมีค่าที่ใช้ในการพิจารณาลักษณะกราฟ 2 ค่า ดังนี้คือ

ก. ค่าที่ใช้วัดความเบ้ (Measures of Skewness : S_k)

เป็นการหาค่าที่จะบอกได้ว่ากราฟที่เป็นโค้งแฉกแฉงความถี่นั้นเป็นโค้งปกติหรือไม่ ถ้าไม่ใช่โค้งปกติ ยังสามารถบอกได้ว่า เป็นโค้งเบ้ในทิศทางใด โดยมีสูตรที่ใช้ในการคำนวณได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

$$S_k = \frac{\mu - \text{Mode}}{\sigma} \quad \text{หรือ} \quad S_k = \frac{3(\mu - \text{Median})}{\sigma}$$

การคำนวณด้วยวิธีทั้ง 2 เป็นวิธีการหาค่าความเบ้อย่างไม่ละเอียด เป็นโดยการประมาณเท่านั้น ถ้าต้องการหาค่า ความเบ้โดยละเอียดสามารถหาโดยใช้สูตรดังนี้

$$S_k = \left[\frac{\sum (x_i - \mu)^3}{N \sigma^3} \right]$$

ไม่ว่าจะคำนวณหาค่าของความเบ้ด้วยวิธีใด ค่าความเบ้ หรือ S_k ที่ได้มีความหมายในการทำงานเดียวกันดังนี้ คือ

ถ้าค่า S_k มีค่าเท่ากับ ศูนย์ แสดงว่า กราฟที่ได้มีลักษณะเป็นโค้งปกติ

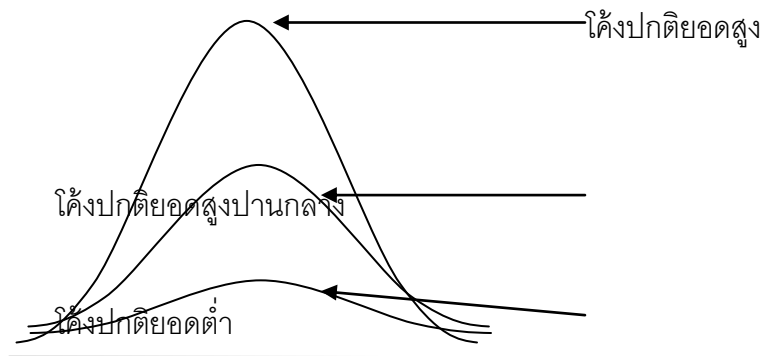
ถ้าค่า S_k มีค่าน้อยกว่า ศูนย์ แสดงว่า กราฟที่ได้มีลักษณะเป็นโค้งเบ้ซ้าย

ถ้าค่า S_k มีค่ามากกว่า ศูนย์ แสดงว่า กราฟที่ได้มีลักษณะเป็นโค้งเบ้ขวา

สำหรับกรณีที่ค่าของ S_k ที่คำนวณได้ไม่เท่ากับศูนย์ ซึ่งจะเป็นลักษณะของโค้งเบ้ ค่าที่ได้จะบอกระดับของความเบ้ด้วย โดยค่าของตัวเลขที่ห่างจากศูนย์มาก แสดงถึงความเบ้ที่มาก

ข. ค่าที่ใช้วัดความสูงของยอดกราฟ (Measures of Peakedness / Kurtosis : K_u)

เป็นการหาค่าที่จะบอกถึงความสูงหรือความโด่งของรูปกราฟซึ่งโดยปกติจะใช้ในการพิจารณากับกราฟที่เป็นโค้งปกติ ดังนั้นจึงมักจะเรียกว่าเป็นการวัดความสูงหรือความโด่งของยอดโค้งปกติ ซึ่งในทางสถิติจะสนใจดูที่ความสูงซึ่งมีอยู่ 3 แบบ ดังรูปต่อไปนี้



ทั้งนี้ในการนำข้อมูลไปวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติในขั้นสูงต่อไปนั้น ข้อมูลที่เหมาะสมควรจะเป็นข้อมูลที่เขียนกราฟได้เป็นรูปโค้งปกติที่มีความสูงของยอดกราฟในลักษณะของกราฟยอดสูงปานกลาง (Mesokurtic) เพราะถือว่าเป็นข้อมูลที่มีการกระจายที่เหมาะสม แต่ถ้าเป็นแบบยอดต่ำ (Platykurtic) ถือว่าข้อมูลมีการกระจายมากไป แต่ในการดูจากกราฟด้วยตาเปล่าอาจมีความคลาดเคลื่อนได้จึงมีการหาค่าความสูงของยอดด้วยสูตรต่อไปนี้

$$K_u = \left[\frac{\sum (x_i - \mu)^4}{N \sigma^4} \right] - 3$$

ค่า K_u เป็นค่าที่ใช้วัดความเบ้มีความหมายดังนี้

ถ้าค่า K_u มีค่าเท่ากับ ศูนย์ แสดงว่า กราฟที่ได้มีลักษณะเป็นโค้งปกติยอดสูงปานกลาง

ถ้าค่า K_u มีค่าน้อยกว่า ศูนย์ แสดงว่า กราฟที่ได้มีลักษณะเป็นโค้งปกติยอดต่ำ

ถ้าค่า K_u มีค่ามากกว่า ศูนย์ แสดงว่า กราฟที่ได้มีลักษณะเป็นโค้งปกติยอดสูง

หมายเหตุ กรณีที่จะวัดความสูงของกราฟอื่น ๆ ที่ไม่ใช่แบบโค้งปกติในสูตรจะไม่มีค่า $- 3$

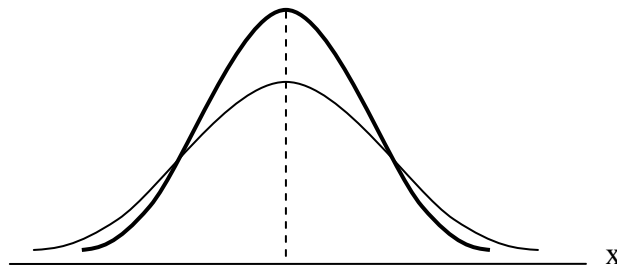


3. การเปรียบเทียบข้อมูล 2 ชุดจากเส้นโค้งปกติ

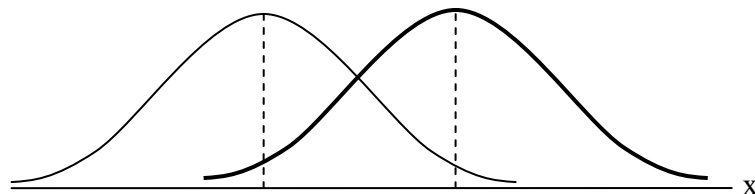
เมื่อพิจารณาลักษณะของโค้งปกติได้จากพารามิเตอร์ μ และ σ ซึ่งมีค่าแตกต่างกันไป ถ้าค่า σ มีค่ามากโค้งปกติจะค่อนข้างลาด แต่ถ้าค่า σ มีค่าน้อยเส้นโค้งจะค่อนข้างโด่ง ดังที่แสดงได้ต่อไปนี้

กำหนดให้	_____	แทน ข้อมูลชุดที่	1
	_____	แทน ข้อมูลชุดที่	2
	μ	แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล	
	σ	แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล	

1. เส้นโค้งปกติที่มี $\mu_1 = \mu_2$ แต่ $\sigma_1 \neq \sigma_2$ โดยที่ $\sigma_1 > \sigma_2$ ลักษณะของเส้นโค้งทั้งสองจะแตกต่างกัน เส้นโค้งปกติที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมากกว่าจะมีลักษณะแบนและลาดต่ำกว่าเส้นโค้งปกติที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานน้อยกว่าโดยตำแหน่งของจุดยอดอยู่ที่เดียวกัน

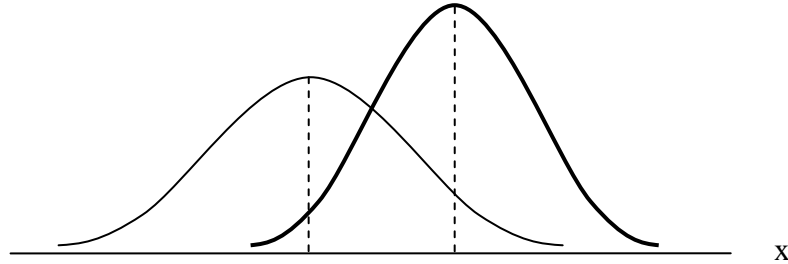


2. เส้นโค้งปกติที่มี $\mu_1 \neq \mu_2$ แต่ $\sigma_1 = \sigma_2$
จากรูปนี้พบว่า $\mu_1 < \mu_2$





3. เส้นโค้งปกติที่มี $\mu_1 \neq \mu_2$ แต่ $\sigma_1 \neq \sigma_2$ ตำแหน่งของจุดยอดอยู่ต่างกันและความโด่งของเส้นโค้งปกติทั้งสองรูปแตกต่างกันเส้นโค้งปกติจะมีลักษณะโด่งหรือแบนขึ้นอยู่กับค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแต่เส้นโค้งทั้งสองข้างจะสมมาตร จากรูปนี้จะพบว่า $\mu_1 < \mu_2$ และ $\sigma_1 > \sigma_2$



- ตัวอย่างที่ 2 ในข้อมูลชุดหนึ่งคำนวณได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 45 ค่ามัธยฐาน 49 และฐานนิยม 56 โค้งความถี่ของข้อมูลชุดนี้มีลักษณะอย่างไร และวาดรูปประกอบคร่าว ๆ

วิธีทำ



❖ คำถามเพื่อทบทวนสัปดาห์ที่ 11

ใบงานที่ 11

คำชี้แจง จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1-3
จากข้อมูลการสอบ 3 วิชา ดังนี้

	วิชา		
	คณิตศาสตร์	หลักการตลาด	ภาษาอากร
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	65	84	77
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	28	30	34

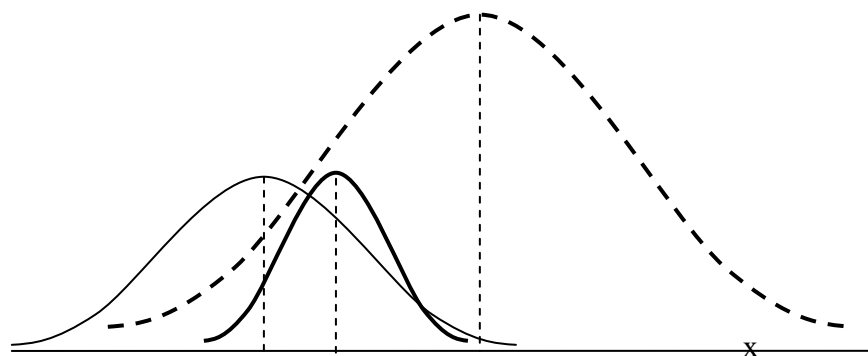
1. นายทวีศักดิ์ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์และหลักการตลาด 55 และ 68 คะแนน ตามลำดับ จงหาค่ามาตรฐานของวิชาทั้งสอง และนายทวีศักดิ์ทำคะแนนวิชาไหนดีกว่าเมื่อเทียบกับข้อมูลในกลุ่มนี้
2. นางสาวสมศรีมีค่ามาตรฐานวิชาภาษาอากรเป็น -0.5 จงหาว่านางสาวสมศรีสอบวิชาภาษาอากรได้กี่คะแนน
3. นางสาวอมิตามีค่ามาตรฐานวิชา หลักการตลาด เป็น 1.3 จงหาว่านางสาว อมิตาสอบวิชา หลักการตลาดได้กี่คะแนน



คำชี้แจง จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 4-5

กำหนดให้	_____	แทน ข้อมูลชุดที่	1
	_____	แทน ข้อมูลชุดที่	2
	-----	แทน ข้อมูลชุดที่	3
	μ	แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล	
	σ	แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล	

และแผนภาพข้อมูลเป็น ดังนี้



4. จงเรียงลำดับค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากน้อยไปหามาก
5. จงเรียงลำดับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานจากน้อยไปหามาก
6. ในข้อมูลชุดหนึ่งคำนวณได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 34 ค่ามัธยฐาน 20 และ ฐานนิยม 14 ด้งความถี่ของข้อมูลชุดนี้มีลักษณะอย่างไร และวาดรูปประกอบคร่าว ๆ



◆ แหล่งข้อมูลอ้างอิง

1. ศิริชัย พงษ์วิชัย. การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วยคอมพิวเตอร์ . ฉบับพิมพ์ครั้งที่ 20 กรุงเทพมหานคร : บริษัท วี พรินท์, 2552.
2. กัลยา วานิชย์บัญชา. หลักสถิติ, กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์ฯ , 2539.
3. Mendenhall, W., Beaver, R.J., and Beaver, B.M., A Course in Business Statistics. 4th edition. Wadsworth Publishing company, 1996.