

คณิตศาสตร์กับการแก้ปัญหา

และตัดสินใจในชีวิตประจำวัน

สัปดาห์ที่ ๒ ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

บทที่ ๒

- ความหมายของตรรกศาสตร์
- การให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนความเชื่อหรือหาความจริง หรือให้ข้อสรุป
- การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)



มหาวิทยาลัยสยาม
Siam University



สาระการเรียนรู้

- ความหมายของตรรกศาสตร์หรือตรรกวิทยา
- การให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนความเชื่อ
หรือความจริงหรือให้ข้อสรุป
- การให้เหตุผลแบบอุปนัย
(Inductive Reasoning)

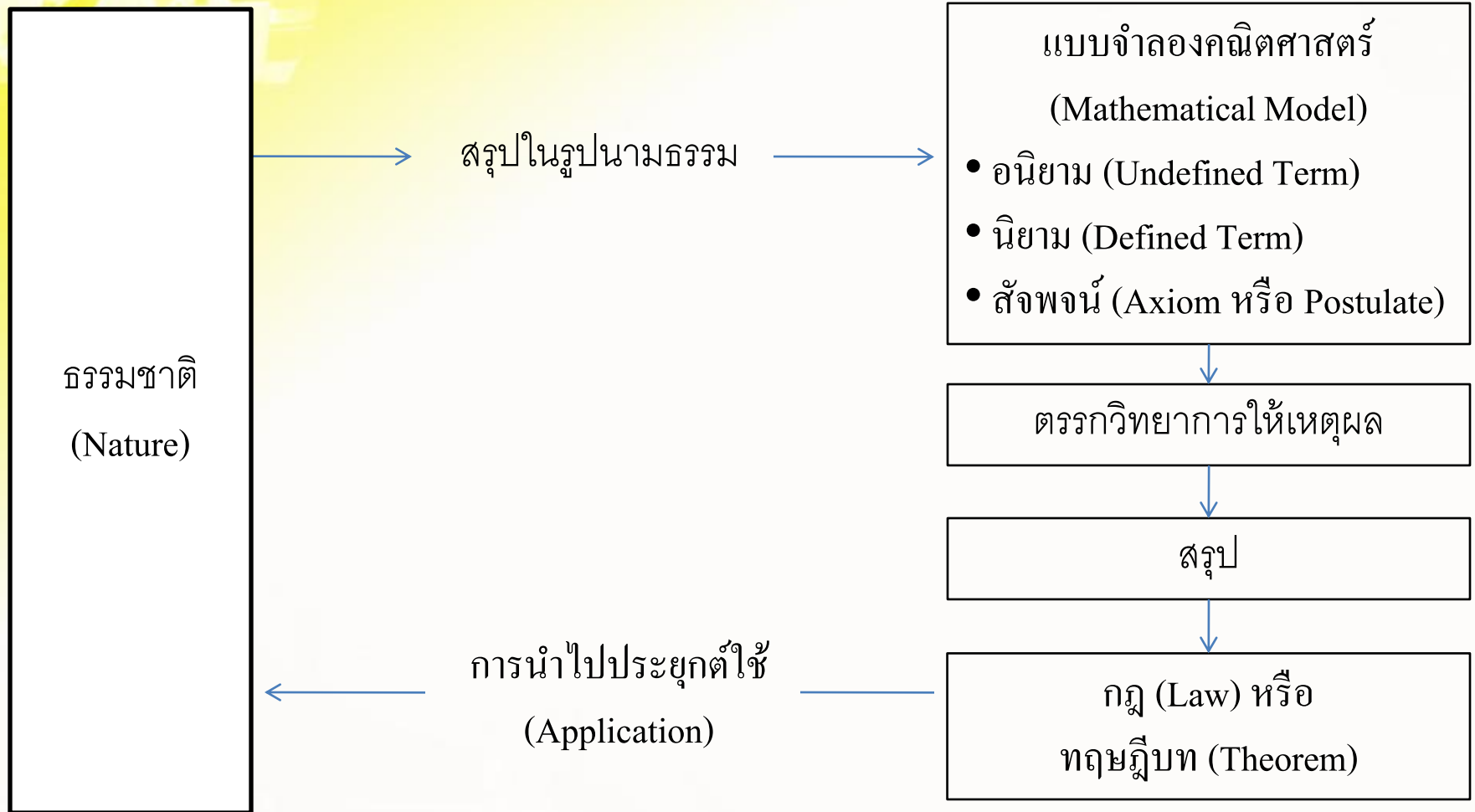


วัตถุประสงค์

- ใ้รู้จักผลที่เกิดจากเหตุผลอย่างง่าย
- ใ้รู้จักสรุปผล ข้อเท็จจริง และค้นหาความจริง จากการสังเกต หรือการทดลอง
- ยกตัวอย่างในชีวิตประจำวันที่ทราบผลจากเหตุซ้ำ ๆ ได้
- รู้จักวิธีการให้เหตุผลซึ่งเป็นสิ่งสำคัญต่อการคิดและการเรียนคณิตศาสตร์



โครงสร้างของคณิตศาสตร์





ตรรกศาสตร์เบื้องต้น (ตรรกวิทยา)

บทที่ : 2.1

เพื่อสนับสนุนความเชื่อหรือเพื่อหาความจริงหรือข้อสรุปในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง
มาแต่ครั้งโบราณและตามโครงสร้างคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี 2 วิธีคือ

- การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)
- การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

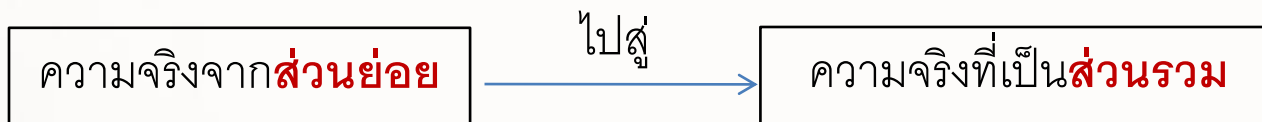


Detail from 'The School of Athens' by Raphael, showing Plato and Aristotle. Plato is pointing upwards, and Aristotle is gesturing downwards.



2.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย

- * การให้เหตุผลแบบอุปนัย หมายถึง วิธีการสรุปผลในการค้นหาความจริงจากการสังเกตหรือการทดลองซ้ำหลายครั้งจากกรณีย่อย ๆ แล้วนำมาคาดคะเนผล หรือ สรุปผล ซึ่งมีความน่าจะเป็นไปได้สูงที่ข้อสรุปเป็นจริง
- * การให้เหตุผลแบบอุปนัย ผลสรุปที่ได้ อาจเป็นจริง หรือไม่เป็นจริงก็ได้





ผลของข้อสรุป

การหาข้อสรุป โดยใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยนั้น
ไม่จำเป็นต้องถูกต้องทุกครั้ง เพียงแต่ข้อสรุปที่ได้นั้นมีความน่าจะเป็นสูง
ที่จะถูกต้อง หรือ เป็นจริง หรืออาจกล่าวได้ว่า การสรุปผลโดยใช้
การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการสรุปผลที่เกินจากหลักฐานข้อเท็จจริงที่มีอยู่
ดังนั้น ข้อสรุปจะเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับลักษณะ
ของข้อมูล หลักฐานและข้อเท็จจริง

- 1) จำนวนข้อมูล
- 2) ชนิดและตัวแทนข้อมูล
- 3) ความซับซ้อนของข้อมูล



จำนวนข้อมูล

จำนวนข้อมูล

- หลักฐาน หรือข้อเท็จจริงที่นำมาเป็นข้อสังเกต หรือข้ออ้างอิง

มีมากพอกับการสรุปความหรือไม่

เช่น ถ้าไปรับประทานอาหารที่ร้านแห่งหนึ่งแล้วเกิดท้องเสีย
สรุปว่า อาหารที่ร้านดังกล่าวทำให้ท้องเสีย การสรุปจากเหตุการณ์ที่
เกิดขึ้นเพียงครั้งเดียว ย่อมจะน่าเชื่อถือได้น้อยกว่าไปรับประทานอาหาร
ที่ร้านดังกล่าวบ่อยๆ แล้วท้องเสียแทบทุกครั้ง



ชนิดและตัวแทนของข้อมูล

หลักฐานหรือข้อเท็จจริงเป็นตัวแทนที่ดีในการให้ข้อสรุปหรือไม่

เช่น ถ้าอยากรู้ว่า คนไทยชอบกินข้าวเจ้าหรือข้าวเหนียวมากกว่ากัน

ถ้าถามจากคนที่อาศัยอยู่ในภาคเหนือหรือภาคอีสาน

คำตอบที่ตอบว่า ชอบกินข้าวเหนียวอาจจะมีมากกว่า

ชอบกินข้าวเจ้า

แต่ถ้าถามคนที่อาศัยอยู่ในภาคกลางหรือภาคใต้ คำตอบอาจจะ
เป็นในลักษณะตรงข้าม



ความซับซ้อนของข้อมูล

ในเรื่องที่เกี่ยวกับจิตใจและความรู้สึก

เช่น ชายดีกว่าหญิง หรือหญิงดีกว่าชาย เป็นต้น
ซึ่งความคิดในเรื่องดังกล่าว ค่อนข้างซับซ้อน
และขึ้นอยู่กับ เหตุผลส่วนตัวของแต่ละคน ซึ่งแตกต่างกัน

★ การหาข้อสรุป หรือความจริงโดยใช้วิธีการให้เหตุผลอุปนัยนั้น
ไม่จำเป็นต้องถูกต้องทุกครั้ง



ตัวอย่างที่ 1

ทุกเช้าดวงอาทิตย์จะขึ้นทางทิศตะวันออก

และทุกเย็นดวงอาทิตย์จะตกทางทิศตะวันตก

- ใช้หลักการให้เหตุผลแบบอุปนัย หาข้อสรุปได้ว่า

“ ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก และตกทางทิศตะวันตก ”





ตัวอย่างที่ 2

มะม่วงทุกผลในตะกร้าที่หยิบมาชิมมีรสเปรี้ยว

- ใช้หลักการให้เหตุผลแบบอุปนัย หาข้อสรุปได้ว่า
มะม่วงทุกผลในตะกร้ามีรสเปรี้ยว #



ตัวอย่างที่ 3

กำหนดรูปแบบของจำนวนดังนี้ $3, 5, 7, 9, 11, \dots$

3.1) จงใช้ข้อสังเกตจากแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ข้างต้น

หาจำนวนนับถัดจาก 11 อีกสี่จำนวน

ตอบ จำนวนนับที่ถัดจาก 11 อีกสี่จำนวน คือ $13, 15, 17, 19$

3.2) จงใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย หาข้อสรุปรูปแบบของจำนวนที่กำหนดให้ข้างต้น

ตอบ ข้อสรุปคือ จำนวนข้างต้นเป็นการนับเพิ่มทีละ 2



ตัวอย่างที่ 4

จงหาจำนวน A จากรูปแบบที่กำหนดให้ต่อไปนี้

พร้อมทั้งหาข้อสรุปของแต่ละข้อ โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย

4.1) 15 , 25 , 35 , 45 , A

ตอบ $A = 55$

ข้อสรุป คือ รูปแบบที่กำหนดเป็นการ **นับเพิ่มทีละ 10**

4.2) 3, 2 , 1 , 0 , -1 , -2 , A

ตอบ $A = -3$

ข้อสรุป คือ รูปแบบที่กำหนดเป็นการ **นับลดทีละ 1**



ตัวอย่างที่ 5

กำหนดรูปแบบการบวกเลขจำนวนคี่ ดังนี้

$$1 + 3 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

5.1) จงหาจำนวนนับถัดที่กำหนดให้ตามรูปแบบข้างต้น เพิ่มอีก 2 จำนวน

ตอบ จำนวนที่อยู่ถัดไป จำนวนแรก คือ $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$

จำนวนที่อยู่ถัดไป จำนวนที่สอง คือ $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49$

5.2) จงใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย หาข้อสรุปรูปแบบของจำนวนที่กำหนดให้ข้างต้น

ตอบ ข้อสรุปคือ นำจำนวนเลขคี่ที่นำมาหาผลบวก ยกกำลัง 2

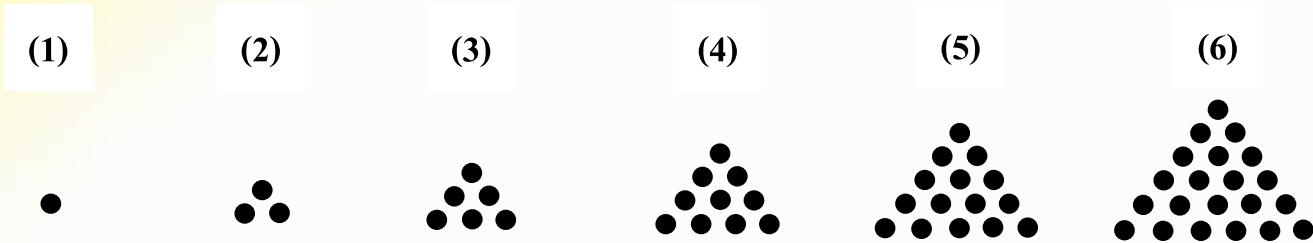


ตัวอย่างที่ 6

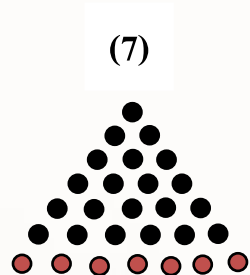
ชาวกรีกโบราณใช้จำนวนสามเหลี่ยม (Triangular Numbers)

เขียนแทนจำนวนต่างๆ เช่น เขียนแทนจำนวน 1 , 3 , 6 , 10 , 15 , 21

โดยใช้สัญลักษณ์ดังนี้



6.1) จงเขียนจำนวนสามเหลี่ยมที่อยู่ถัดจาก 21 อีก 1 จำนวน





ตัวอย่างที่ 6 (ต่อ)

6.2) จงใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย อธิบายวิธีการเขียนจำนวนสามเหลี่ยม โดยการแทนด้วยจุด ว่าแต่ละรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ตอบ จำนวนจุดที่ฐานของสามเหลี่ยม เพิ่มขึ้นทีละ 1 จุด



ใบงานที่ 4

ข้อ 1) จงหาจำนวน **a** จากรูปแบบที่กำหนดให้ต่อไปนี้
พร้อมทั้งหาข้อสรุปของแต่ละข้อ โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย

1.1) 12, 32, 52, 72, **a**

ตอบ = 92

ข้อสรุป คือ รูปแบบที่กำหนดเป็นการ **นับเพิ่มทีละ 20**

1.2) 12, 10, 8, 6, **a**

ตอบ = 4

ข้อสรุป คือ รูปแบบที่กำหนดเป็นการ **นับลดทีละ 2**



ใบงาน (ต่อ)

1.3) $-15, -5, 5, 15, \mathbf{a}$

ตอบ = 25

ข้อสรุป คือ รูปแบบที่กำหนดเป็นการ **นับเพิ่มทีละ 10**

1.4) $5, 2, -1, -4, -7, \mathbf{a}$

ตอบ = -10

ข้อสรุป คือ รูปแบบที่กำหนดเป็นการ **นับลดทีละ 3**

1.5) $1, 4, 9, 16, 25, \mathbf{a}$

ตอบ = 36

ข้อสรุป คือ รูปแบบที่กำหนดเป็นการ **จำนวนนับตั้งแต่ 1 มากำล้ง 2**



ใบงาน (ต่อ)

ข้อ 2) กำหนดข้อมูลดังต่อไปนี้ “ส้มในแข่งนี้ ทุกผลที่หยิบมาชิมมีรสหวาน”
จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยหาข้อสรุปจากข้อมูลข้างต้น

ตอบ ใช้หลักการให้เหตุผลแบบอุปนัย

หาข้อสรุปได้ว่า **ส้มทุกผลในแข่งนี้มีรสหวาน**



ใบงาน (ต่อ)

ข้อ 3) “ผลคูณของจำนวนเต็มสองจำนวนใด ๆ จะหารด้วย 2 ลงตัวเสมอ”
จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยหาข้อสรุปจากข้อมูลข้างต้นว่าจริงหรือเท็จ
ถ้าเป็นเท็จ จงหาเหตุผลมาขัดแย้ง

ตอบ เท็จ เพราะว่า $3 \times 5 = 15$ ซึ่ง 15 หารด้วย 2 ไม่ลงตัว



ใบงาน (ต่อ)

ข้อ 4) “ กำลังสองของจำนวนนับใดๆ ที่มีค่ามากกว่า 1 จะเป็นจำนวนคู่เสมอ”
จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หาข้อสรุปจากข้อมูลข้างต้นว่า
จริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จ จงหาเหตุผลมาขัดแย้ง

ตอบ เท็จ เพราะว่า $(3)^2 = 9$ ซึ่ง 9 ไม่เป็นจำนวนคู่



ใบงาน (ต่อ)

ข้อ 5) นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันชื่อ คาร์ล ฟรีดริช เกาส์ ได้หาผลบวกของจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 100 มีค่าเท่ากับ 5,050 โดยใช้วิธีการดังนี้

$$1 + 2 + 3 + \dots + 50 + 51 + \dots + 98 + 99 + 100$$

เกาส์ สังเกตว่า จำนวน 101 มีทั้งหมด 50 จำนวน

ดังนั้น เขาจึงหาคำตอบโดยหาผลคูณของ 50×101 ซึ่งเท่ากับ 5,050

จงใช้วิธีการของเกาส์ในตัวอย่างข้างต้นหาผลบวกของ $1 + 2 + 3 + \dots + 300$



ใบงาน ข้อ 5 (ต่อ)

วิธีทำ จากวิธีการของเกาส์ในตัวอย่างข้างต้น

หาผลบวกของ $1 + 2 + 3 + \dots + 300$ ได้ดังนี้

$$1 + 2 + 3 + \dots + 150 + 151 + \dots + 298 + 299 + 300$$

จากข้างต้นพบว่า มีจำนวน 301 มีทั้งหมด 150 จำนวน

ดังนั้น ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + \dots + 300$

มีค่าเท่ากับ 150×301 ซึ่งเท่ากับ 45,150



ถาม-ตอบ





บรรณานุกรม

- คณิตศาสตร์ เล่ม 1 . สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 องค์การค้ำครูสภา, 2547.
- การใช้เหตุผล:ตรรกวิทยาเชิงปฏิบัติ. ภาควิชาปรัชญา คณะอักษรศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย . สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2541.